

# Programme de colle, quinzaine n° 2

## Mardis 30 septembre et 7 octobre

La colle comportera une question de cours (énoncé rigoureux d'une définition ou d'un théorème).

### Séries

IV) Rappels de première année sur les séries.

Définition d'une série. Séries convergentes. Combinaison linéaire de séries convergentes. Série géométrique et ses dérivées. Série exponentielle.

V) Compléments sur les séries.

Théorèmes de comparaison. Séries de Riemann.

### Espaces vectoriels réels

II) Espaces vectoriels de référence

$\mathbb{R}^n$ ,  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ ,  $\mathbb{R}[X]$ ,  $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ ,  $\mathbb{R}^{\mathbb{D}}$ .

III) Sous-espaces vectoriels

Combinaison linéaire. Tout sous-espace vectoriel est un espace vectoriel.  $\mathbb{R}_n[X]$ .

IV) Familles de vecteurs

1) Espace engendré par une famille de vecteurs

Définition. Opérations sur les vecteurs

2) Familles génératrices

Définition. Toute sur-famille d'une famille génératrice est génératrice.

3) Familles libres, familles liées.

Définition. Liberté d'une famille de un ou deux vecteurs. Toute sous-famille d'une famille libre est libre. Toute sur-famille d'une famille liée est liée.

4) Bases

Définition. Caractérisation. Coordonnées d'un vecteur.

V) Dimension finie

Définition. Tout sous-espace vectoriel de dimension finie possède une base. Toute les bases d'un espace vectoriel de dimension finie possèdent le même cardinal. Bases canoniques de  $\mathbb{R}^n$ ,  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$  et  $\mathbb{R}_n[X]$ . Tout sous-espace vectoriel d'un espace vectoriel de dimension finie est de dimension finie. Rang d'une famille de vecteurs.

## Questions de cours

1. Montrer que la suite des sommes partielles d'une série à termes positifs est soit convergente, soit divergente vers  $+\infty$ .
2. Énoncer les théorèmes de comparaison des séries à termes positifs.
3. Donner la définition d'un sous-espace vectoriel. Exemple et contre-exemple dans  $\mathbb{R}^2$ .
4. Donner la définition d'une famille génératrice. Exemple et contre-exemple dans  $\mathbb{R}^2$ .
5. Donner la définition d'une famille libre. Exemple et contre-exemple dans  $\mathbb{R}^2$ .
6. Donner la définition d'une base. Exemple et contre-exemple dans  $\mathbb{R}^2$ .
7. Donner la définition de la dimension pour un espace vectoriel de dimension finie. Base canonique de  $\mathbb{R}^3$ .
8. Donner la définition du rang d'une famille de vecteurs.