

TD3 Mathématiques Financières

Exercice 1

On considère un marché binomial à deux dates avec un actif risqué et un actif sans risque avec comme paramètre $r = 0.05$, $S_0 = 100$, $b = -0.1$ et $h = 0.2$. L'actif risqué a une probabilité 0.75 de monter et 0.25 de descendre

1. Donner la définition de la probabilité risque neutre et la calculer.
2. Calculer le prix d'un call et d'un put de strike 100.
3. Retrouver la relation de parité call-put.

Exercice 2 On considère un marché binomial à trois dates avec un actif risqué et un actif sans risque avec comme paramètre $r = 0.05$, $S_0 = 100$, $d = 0.95$ et $u = 1.1$.

1. Représentez l'arbre d'évolution de l'actif risqué.
2. Déterminer la probabilité risque neutre.
3. Calculer le prix d'un call de strike 105 d'échéance $T = 2$.
4. Déterminez le prix d'une option lookback de pay-off final $(S_2^* - 100)^+$ avec $S_t^* = \sup_{s \leq t} S_s$.

Exercice 3 On se place dans un marché suivant un modèle binomial à trois dates et de paramètre $b = -0.05$, $h = 0.1$ et $r = 0.05$. On suppose que la valeur initiale de l'actif risqué est $S_0 = 95$

1. Donner le prix, à la date initiale, d'un call asiatique européen de strike $K = 100$.
2. Donner le prix, à la date initiale, d'un call lookback de strike $K = 100$.
3. Donner le prix, à la date initiale, d'un call américain de strike $K = 100$.

Exercice 4 (Le modèle trinomial)

On considère un modèle à deux dates $S = (S_0, S_1)$ défini sur (Ω, P) , où $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$ et $P(\omega_i) > 0$ pour tout $i = 1, 2, 3$. En outre, on suppose que $S_0 = x_0$ et que $S_1(\omega_i) = x_i$ ($i = 1, 2, 3$) où $x_1 > x_2 > x_0 > x_3$.

1. M.q. ce modèle satisfait AOA.
2. Est-ce que tout actif contingent est replicable?
3. Combien de mesures martingale équivalentes admet ce modèle? Quelle conclusion concernant les prix de NA peut-on en tirer?